Lsg. 12 - 8

Der oben offene Zylinder besteht aus

Mantelfläche + Boden: $A = H \cdot \pi \cdot D + \pi \cdot \frac{D^2}{4}$ (1)

sein Volumen: $V = H \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}$ ← vorgegeben: 283 ml

$\Leftrightarrow H = \frac{V}{\pi} \cdot \frac{4}{D^2}$ (2)

Funktion: $A(D) = \overbrace{\frac{V}{\pi} \cdot \frac{4}{D^2}} \cdot \pi \cdot D + \pi \cdot \frac{D^2}{4}$ / kürzen

$A(D) = \frac{V \cdot 4}{D} + \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ / Ableitung bilden!

$A'(D) = -\frac{V \cdot 4}{D^2} + \frac{2 \cdot \pi \cdot D}{4}$

Für die Bestimmung eines Minimums: $A'(D) \stackrel{!}{=} 0$

$-\frac{V \cdot 4}{D^2} + \frac{2\pi D}{4} = 0 \quad / \cdot D^2$

$-4V + \frac{\pi}{2} D^3 = 0 \quad / + 4V$

$\frac{\pi}{2} D^3 = 4V \quad / \cdot \frac{2}{\pi}$

$D^3 = \frac{8V}{\pi} = \frac{8 \cdot 283\,\text{ml}}{\pi} \quad / \sqrt[3]{\ldots}$

$D = \underline{\underline{8{,}97\,\text{cm}}}$

in (2) eingesetzt: $H = \frac{V}{\pi} \cdot \frac{4}{D^2} = \underline{\underline{4{,}48\,\text{cm}}}$

aus (1) ergibt sich der Blechverbrauch $A_2 = 189\,\text{cm}^2$

vorher $A_1 = 217\,\text{cm}^2$

Ersparnis: 13%