Simon Senfer
Mathe Fit
06.04.10
Seite 1

math-aufgaben.doc

12.3 a) $f(x) = -0{,}5x^3 - 2x^2 + 2{,}5$

These: Durch die grafische Darstellung der Funktion ist bei $x = 1$ eine Nullstelle anzunehmen.

$$\underline{f(1) = -0{,}5 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 2{,}5 = 0}$$

$$-0{,}5x^3 - 2x^2 + 2{,}5 : (x-1) = \underline{\underline{-0{,}5x^2 - 2{,}5x - 2{,}5}}$$

$$\underline{-(-0{,}5x^3 + 0{,}5x^2)}$$

$$0 - 2{,}5x^2$$

$$\underline{-(-2{,}5x^2 + 2{,}5x)}$$

$$0 + 2{,}5x + 2{,}5$$

$$\underline{-(+2{,}5x + 2{,}5)}$$

$$\underline{\underline{0}}$$

$$(x-1) \cdot (-0{,}5x^2 - 2{,}5x - 2{,}5) = 0$$

$$-0{,}5x^2 - 2{,}5x - 2{,}5 = 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$x^2 + 5x + 5 = 0 \quad / \text{pq-Formel}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5} = -2{,}5 \pm \sqrt{2{,}5^2 - 5}$$

$$x_1 = -2{,}5 + \sqrt{2{,}5^2 - 5} = \underline{\underline{-1{,}382}}$$

$$x_2 = -2{,}5 - \sqrt{2{,}5^2 - 5} = \underline{\underline{-3{,}618}}$$

} Nullstellen von f(x)

---

b) $f(x) = -0{,}5x^3 - 2x^2 + 2{,}5 \Rightarrow \underline{f'(x) = -1{,}5x^2 - 4x}$

$g(x) = 0{,}5x + 1 \Rightarrow \underline{\underline{g'(x) = 0{,}5}}$

These: Wenn die Ableitungen von f(x) und g(x) sich schneiden, entspricht die Tangente von f(x) an diesen Punkten der Steigung von g(x). (In der Grafik rot. Siehe Anhang)

$$-1{,}5x^2 - 4x = 0{,}5 \quad / -0{,}5$$

$$-1{,}5x^2 - 4x - 0{,}5 = 0 \quad / \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \quad / \text{pq-Formel}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{8}{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\frac{8}{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}}$$

$$x_1 = -\frac{4}{3} + \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}} = \underline{\underline{-0{,}132}}$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} - \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}} = \underline{\underline{-2{,}535}}$$

Da die Funktion beim Hochpunkt liegen soll, wird mit x_1 gearbeitet.

Simon Senfer
Mathe FH
06.04.10
Seite 2

12.3 b) $f'(-0{,}132) = 1{,}5 \cdot (-0{,}132)^2 - 4 \cdot (-0{,}132) = \underline{\underline{0{,}5}}$

$f(-0{,}132) = -0{,}5 \cdot (-0{,}132)^3 - 2 \cdot (-0{,}132)^2 + 2{,}5 = \underline{\underline{2{,}467}}$

Es wird also die Tangente am Punkt $(-0{,}132 \mid 2{,}467)$ benötigt, da sie der verschobenen $g(x)$ entspricht.

Tangente: $\frac{y - 2{,}467}{x + 0{,}132} = 0{,}5 \qquad / \cdot (x + 0{,}132)$

$y - 2{,}467 = 0{,}5x + 0{,}0657 \qquad / + 2{,}467$

$y = 0{,}5x + 2{,}532$

bzw. $\underline{\underline{i(x) = 0{,}5x + 2{,}532}}$ siehe Grafik!

---

c) Erster Schnittpunkt bei $x = -0{,}132$ ist bekannt. 2. Punkt muss noch berechnet werden.

$f(x) = -0{,}5x^3 - 2x^2 + 2{,}5 \qquad i(x) = 0{,}5x + 2{,}532$

$-0{,}5x^3 - 2x^2 + 2{,}5 = 0{,}5x + 2{,}532 \qquad / - 2{,}532$

$-0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}0323 = 0{,}5x \qquad / - 0{,}5x$

$-0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x - 0{,}0323 = 0 \qquad / \cdot (-2)$

$x^3 + 4x^2 + x + 0{,}0646 = 0$

Da der erste Schnittpunkt bekannt ist, kann mit $(x + 0{,}132)$ gerechnet werden.

$x^3 + 4x^2 + x + 0{,}0646 : (x + 0{,}132) = \underline{\underline{x^2 + 3{,}869x + 0{,}491}}$

$-(x^3 + 0{,}132x^2)$

$0 + 3{,}869x^2 + x$

$-(+3{,}869x^2 + 0{,}509x)$

$0 + 0{,}491x + 0{,}0646$

$-(+0{,}491x + 0{,}0669)$

$0 - 0{,}0023 \longleftarrow$ Rundungsfehler.

$\underline{\underline{(x + 0{,}132) \cdot (x^2 + 3{,}869x + 0{,}491) = 0}}$

Simon Senfter
mathe FH
06.04.10
Seite 3

12.3 c)

$$x^2 + 3,869x + 0,491 = 0 \qquad /pq\text{-Formel}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3,869}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3,869}{2}\right)^2 - (+0,491)}$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{-3,869}{2} + \sqrt{3,25} = \underline{\underline{-0,132}} \\ x_2 &= \frac{-3,869}{2} - \sqrt{3,25} = \underline{\underline{-3,737}} \end{aligned}\right\}$$ Schnittpunkte von f(x) u. i(x).

$$\int_{-3,737}^{-0,132} i(x) = 0,5x + 2,532 + dx - \int_{-3,737}^{-0,132} f(x) = -0,5x^3 - 2x^2 + 2,5 + dx$$

$$\left(0,25x^2 + 2,532x\right)\Big|_{-3,737}^{-0,132} - \left(-\frac{1}{8}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2,5x\right)\Big|_{-3,737}^{-0,132}$$

$$A_1 = \left[0,25\cdot(-0,132)^2 + 2,532\cdot(-0,132)\right] - \left[0,25\cdot(-3,737)^2 + 2,532\cdot(-3,737)\right]$$

$$A_1 = \left[-0,329\right] - \left[-5,972\right] = \underline{5,643}$$

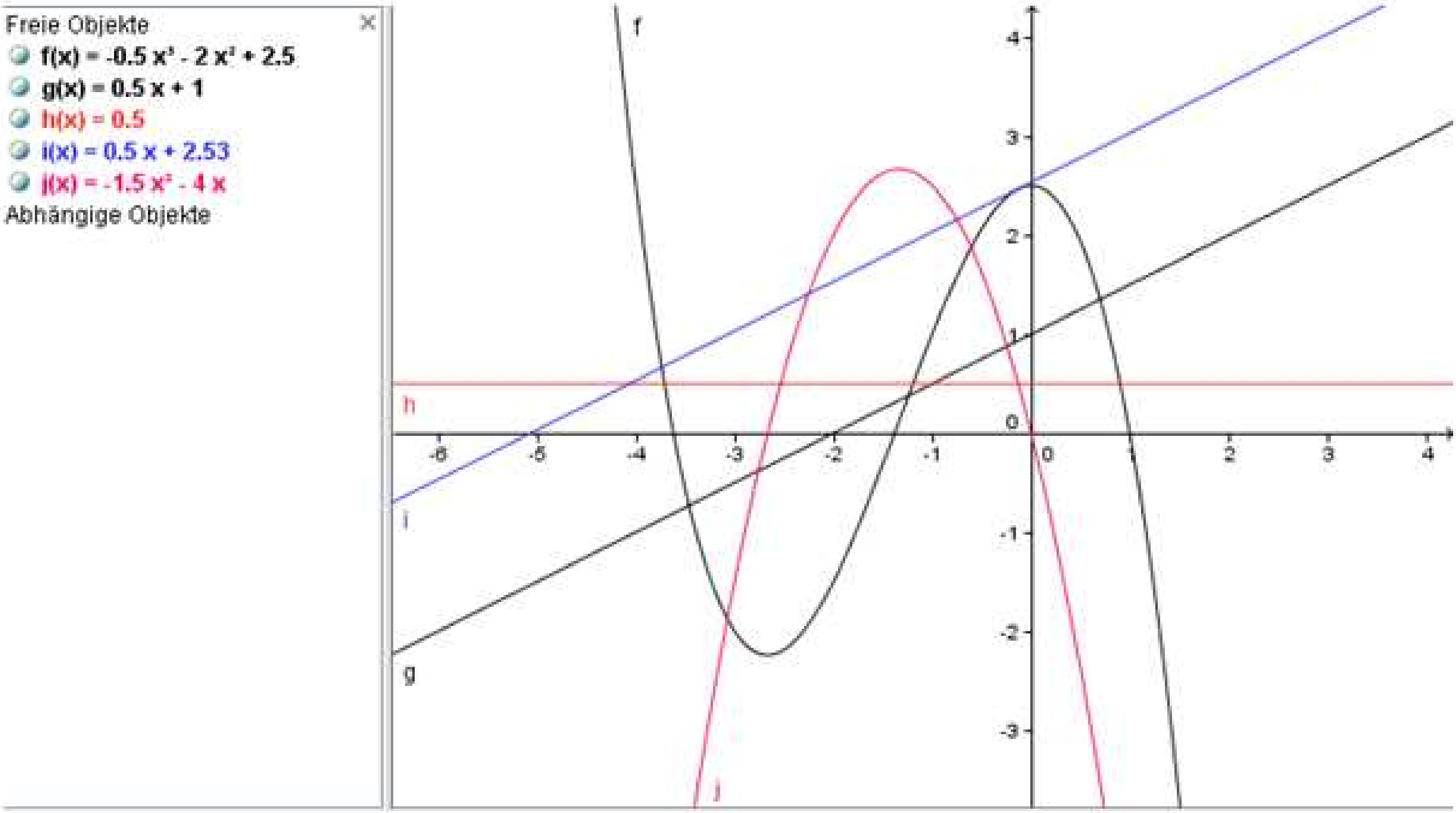
$$A_2 = \left[-\frac{1}{8}\cdot(-0,132)^4 - \frac{2}{3}\cdot(-0,132)^3 + 2,5\cdot(-0,132)\right] - \left[-\frac{1}{8}\cdot(-3,737)^4 - \frac{2}{3}\cdot(-3,737)^3 + 2,5\cdot(-3,737)\right]$$

$$A_2 = \left[-0,327\right] - \left[1,071\right] = \underline{-1,398}$$

$$A_{ges} = 5,643 - (-1,398) = \underline{\underline{7,042}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Funktionen beträgt 7,042.

Alle Berechnungen dieser Aufgabe 12.3 wurden mit gespeicherten Taschenrechnerwerten gerechnet!



Legend:

Die schwarzen Grafen sind die gegebenen Funktionen.

Die roten Grafen sind jeweils die Ableitungen der gegebenen Funktionen.

Die blaue Linie ist die neue Funktion (Tangente am Punkt (x|y)).