Lsg 12.1

a) $\frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{3}{2}x = 0 \overset{\cdot 10}{\Leftrightarrow} x \cdot (x^2 + 2x - 15) = 0$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow$

$x^2 + 2x - 15 = 0 \qquad N_1(0|0)$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 - 15 = 0 \qquad N_2(3|0)$

$(x+1)^2 = 16 \Leftrightarrow x + 1 = \pm 4 \qquad N_3(-5|0)$

$f(0) = 0 \qquad S_y(0|0)$

b) $f'(x) = \frac{3}{10}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{2}$

$\underline{f'(x) = 0}: \quad \frac{3}{10}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{3}{2} = 0 \quad | \cdot \frac{10}{3}$

$x^2 + \frac{4}{3}x = 5$

$x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{4}{6}\right)^2 = 5 + \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{180}{36} + \frac{16}{36} = \frac{196}{36}$

$\left(x + \frac{4}{6}\right)^2 = \frac{196}{36}$

$x_{1,2} = -\frac{4}{6} \pm \frac{14}{6} \qquad x_1 = -3 \quad x_2 = \frac{5}{3}$

$f(-3) = 3{,}6 \quad f\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{40}{27} = -1{,}\overline{481}$

c) Skizze

d) $\underline{p(x) = f(x)}: \quad \frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{2}{15}x^2 + \frac{2}{3}x \quad | \cdot 30, \text{sort.}$

$3x^3 + 6x^2 - 4x^2 - 45x - 20x = 0 \quad | : 3$

$x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{65}{3}x = 0$

$x_0 = 0 \ \wedge \ x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{65}{3} = 0 \qquad x_1 = -\frac{15}{3} = -5$

$x_{1,2} = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{65}{3}} = -\frac{1}{3} \pm \frac{14}{3} \qquad x_2 = \frac{13}{3}$

$S_1(0|0) \quad S_2(-5|0) \quad S_3\left(\frac{13}{3} \middle| \frac{728}{135}\right) \rightarrow (4{,}\overline{3} | 5{,}39)$

$A_1 = \int_{-5}^{0} f(x)\,dx - \int_{-5}^{0} p(x)\,dx = 11{,}458 + 2{,}278 = 14{,}236$

$A_2 = \int_{0}^{\frac{13}{3}} p(x)\,dx - \int_{0}^{3} f(x)\,dx - \int_{3}^{\frac{13}{3}} f(x)\,dx = 9{,}72$

e) $g_1(x) = -\frac{3}{2}x - b_1$

verläuft parallel zu $g(x)$

i) Wo hat K_1 eine Tangente mit $-\frac{3}{2}$?

$\underline{f'(x) = -\frac{3}{2}}$: $\frac{3}{10}x^2 + \frac{2}{5}x \cancel{-\frac{3}{2}} = \cancel{-\frac{3}{2}}$

also für $x = 0$

stimmt mit Anschauung überein.

ii) Ist das senkrecht zu K_2 ? Also wo hat K_2 die Steigung $+\frac{2}{3}$?

$p'(x) = \frac{4}{15}x + \frac{2}{3}$

$\underline{p'(x) = \frac{2}{3}}$ also auch in $(0|0)$

also: $g_1(x) = -\frac{3}{2}x$

f) Aktueller Flächeninhalt: $-(3-a)\cdot\frac{f(a)}{2} + (3-a)\cdot\frac{p(a)}{2}$

unteres Dreieck oberes Dreieck

$\underline{a = 1{,}5}$: $(3-\alpha)\cdot\frac{p(a)-f(a)}{2}$ (1^*) $p(a) = 1{,}3$ $f(a) = -1{,}462$

$= 1{,}5 \cdot \frac{1{,}3 + 1{,}462}{2} = 2{,}072$

ein Beispiel reicht: Teste $a = 1{,}5$

um den optimalen Wert zu bestimmen müsste 1^* als Fkt. ausgedrückt und abgeleitet werden. Das führt auf eine vollständige Gleichung 3ten Grades

A1
A2
A3
A4
A5
B
C
D
A
P1