

10-07) Bilden Sie die Ableitung der Funktion  $f(x) = (2x + 1) \cdot (2x + 1) \cdot (2x + 1)$

- a) durch Ausmultiplizieren und Anwenden der Summenregel (Tipp: verwenden Sie für die Ermittlung der Koeffizienten das Pascal'sche Dreieck)
- b) mit Hilfe der Produktregel für drei Faktoren (wie lautet diese?)
- c) durch Zusammenfassen und Anwenden der Kettenregel.  
[bringen Sie die Ergebnisse jeweils in eine Form, in der sie sich leicht untereinander vergleichen lassen]

Zu a)  $f(x) = (2x + 1) \cdot (2x + 1) \cdot (2x + 1)$   
 $f(x) = 4x^2 + 4x + 1 \cdot (2x + 1)$   
 $f(x) = 8x^3 + 8x^2 + 2x + 4x^2 + 4x + 1$   
 $f(x) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$   
 **$f'(x) = 24x^2 + 24x + 6$**

Zu b)  $f(x) = u \cdot v \cdot w$   
 $f'(x) = u' \cdot v \cdot w + u \cdot v' \cdot w + u \cdot v \cdot w'$

$f(x) = (2x + 1) \cdot (2x + 1) \cdot (2x + 1)$   
 $f'(x) = 2 \cdot (2x + 1) \cdot (2x + 1) + (2x + 1) \cdot 2 \cdot (2x + 1) + (2x + 1) \cdot (2x + 1) \cdot 2$   
 $f'(x) = (4x + 2) \cdot (2x + 1) + (4x + 2) \cdot (2x + 1) + (4x + 2) \cdot (2x + 1)$   
 $f'(x) = (8x^2 + 4x + 4x + 2) + (8x^2 + 4x + 4x + 2) + (8x^2 + 4x + 4x + 2)$   
 **$f'(x) = 24x^2 + 24x + 6$**

Zu c)  $f(x) = (2x + 1) \cdot (2x + 1) \cdot (2x + 1)$   
 $f(x) = (2x + 1)^3$   
 $f'(x) = 3 \cdot (2x + 1)^2 \cdot 2$   
 $f'(x) = 6 \cdot (2x + 1) \cdot (2x + 1)$   
 $f'(x) = (12x + 6) \cdot (2x + 1)$   
 $f'(x) = 24x^2 + 12x + 12x + 6$   
 **$f'(x) = 24x^2 + 24x + 6$**

→  $a = b = c$     *q.e.d.*