**Mathematik – Stochastik – Kombinatorik/Wahrscheinlichkeit N. Micus, OvM, 28.01.2011, AB-wahrscheinlichkeit.sxw**

**Beispiele und Aufgaben**

Inhaltliche Einordnung:

*klassische Definition der Wahrscheinlichkeit*; p(A) =$\frac{AnzahlderfürAgünstigenFälle}{AnzahlallermöglichenFälle}$

*A* ist ein Ereignis, das sich aus einem Elementarereignis  aus einer Ereignismenge  oder mehreren dieser Elementarereignissen zusammensetzt. Weiterhin treten alle Elementarereignisse mit der gleichen Wahrscheinlichkeit (die sogenannte Laplace-Wahrscheinlichkeit) auf.

Beispiel1: A: „Eine ungerade Zahl beim Würfeln“;  p()p

Beispiel2: B: „Augensumme 10“; 

 p()p

Aufgaben:

1. Zwei unterschiedliche Würfel werden geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse:
	1. Die Augensumme beträgt 7.
	2. Für das Produkt z der Augenzahlen gilt: 12 < z < 18.
	3. Es fällt eine gerade und eine ungerade Augenzahl.
	4. Die Augenzahlen sind verschieden.
2. In einem Flugzeug befinden sich 24 Deutsche, 12 Amerikaner und 18 Franzosen. Beim Zoll wird zufällig eine dieser Personen ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person
ein Deutscher, ein Franzose, ein Amerikaner, ein Deutscher oder ein Amerikaner ist!
3. Von den 30 Schülern einer Klasse 11 wählen 15 den Leistungskurs Mathematik, 12 den Leistungskurs Deutsch. Sieben dieser Schüler haben beide Kurse gewählt. Sie treffen zufälligerweise einen dieser Schüler auf dem Flur. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er
Mathematik und Deutsch, Mathematik oder Deutsch, weder Mathematik noch Deutsch gewählt hat?
4. Einem Skatspiel wird eine Karte entnommen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse! Die gezogene Karte ist
	1. ein Bild / kein Bild
	2. eine Dame oder ein König / weder eine Dame noch ein König.
5. Für jeden der 26 Buchstaben des Alphabets liegt eine Karte in einer Urne. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Karte mit einem Vokal zu ziehen?
6. Bei einer Produktionskontrolle von 10.000 Stahlbolzen wurden der Durchmesser und die Länge der Stahlbolzen gemessen. Es ergab sich, dass 100 Stahlbolzen einen falschen Durchmesser und eine falsche Länge hatten, 250 nur falsche Durchmesser und 200 nur falsche Längen besaßen. Berechnen Sie Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein der Produktion zufällig entnommener Stahlbolzen
	1. einen falschen Durchmesser und eine falsche Länge hat!
	2. in Ordnung ist.
7. In der Formel 1 beherrschen die drei Teams von Ferrari, Mc-Laren-Mercedes und BMW-Williams die Weltmeisterschaft. Jedes Team hat zwei Autos. Wie viele verschiedenen Ergebnisse kann es geben, wenn alle Fahrer der drei Firmen ihr Auto unter die ersten sechs Plätze fahren?
8. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Jemand
	1. im Monat Dezember,
	2. an einem der Weihnachtsfeiertage,
	3. am gleichen Tag wie sein Nachbar Geburtstag hat?
9. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 15 Leuten
	1. einer im Monat Dezember,
	2. einer an einem der Weihnachtsfeiertage,
	3. zwei am gleichen Tag Geburtstag hat bzw. haben?
10. Vor einem Postamt steht eine (stehen vier) Telefonzellen, die je einen Nutzungsgrad von 50% aufweisen. Wie groß ist die W., dass Jemand (2 Leute gleichzeitig) eine Freie Telefonzelle findet (n)?
11. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 6 Richtige (5Richtige) im Lotto zu bekommen?
12. In einer Warensendung von 500 Stück befinden sich 10 unbrauchbare Stücke. Wie groß ist die W., dass man ein unbrauchbares erwischt?
13. Ein 4-adriges Telefonkabel soll an eine -dose angeschlossen werden.
	1. Mit welcher W. hat ein nach dem Zufallsprinzip handelnder Monteur beim 1. Mal Erfolg?
	2. Mit welcher W. hat er während der ersten 3 Versuche Erfolg, wenn er sich die bereits getesteten Kombinationen merkt?
14. Eine 4-polige Telefondose soll angeschlossen werden. Es kommt allerdings ein Strang mit 16 Adern an.
	1. Mit welcher W. hat ein nach dem Zufallsprinzip handelnder Monteur Erfolg?
	2. Mit welcher W. hat ein zweiter Monteur Erfolg, der zumindest weiß, dass die Reihenfolge von links nach rechts rot/schwarz/gelb/grün ist? Allerdings gibt es 2rote, 3gelbe und 3 grüne, der Rest ist Schwarz.
15. Wie groß ist die W. Beim Toto zu gewinnen, wenn die einzelnen Spiele
	1. mit gleicher W. mit „Heimsieg“, „Niederlage“ und „Unentschieden“ enden?
	2. mit der W. 50% für „Heimsieg“, 25% für „Niederlage“ und 25% „Unentschieden“ enden?

Die Bestimmung der günstigen oder gesamten Möglichkeiten ist bei den Beispielen nicht immer ganz einfach. Zumindest wäre eine Berechnungsmethode sinnvoll. Diese liefert die Kombinatorik. Wir betrachten bei Permutationen immer einen Vorrat von n Elementen [Karten oder Würfel]:

Begriffe: „Menge“/„Teilmenge“; enthält n Elemente, die sortiert sind. {a;b;c} = {b;c;a}

 „Tupel“; enthält n Elemente, deren Anordnung unterscheidet. (a;b;c) ≠ (b;c;a)

Permutation1: In wie viele verschiedene Anordnungen lassen sich n verschiedene Elemente [Karten/unterscheidbar] bringen?

$$Perm=n!$$

*Bsp.: 3Karten a,b,c: {(a,b,c);(a,c,b);(b,a,c);(b,c,a);(c,a,b);(c,b,a)}; Perm = 3! = 6*

Permutation2: In wie viele verschiedene Anordnungen lassen sich n verschiedene Elemente bringen, von denen sich gewisse k1, k2 usw. nicht unterscheiden?

$$Perm=\frac{n!}{k\_{1}⋅k\_{2}⋅…⋅k\_{m}}$$

*Bsp.: 4 Karten a,a,b,c: {(a,a,b,c);(a,a,c,b);(a,c,a,b);...;(c,b,a,a)};
von den möglichen Anordnungen (Perm = 4! = 24) fällt die Hälfte weg, da sich 2 physikalisch verschiedene(und nach Laplace gleich wahrscheinliche) nicht unterscheiden lassen, also Perm=12.*

Variation 1: Wie viele verschiedene Tupel k verschiedener Elemente aus einem n-elementigen Vorrat gibt es?

$$Var=\frac{n!}{(n-k)!}$$

*Bsp.: 5 Karten a,b,c,d,e; 2 ziehen: {(a,b);(a,c);(a,d);...;(b,a); b,c);...; (c,d)}; zu beachten: (a,b)≠ (b,a) Var = 5!****/****3! =20*

Variation 2: Wie viele verschiedene Tupel k verschiedener Elemente aus einem n-elementigen Vorrat [Typ Würfel bzw. vor jedem Ereignis wird das fehlende Element ersetzt] gibt es?

$$Var=n^{k}$$

*Bsp.1: Pin-Nr.: {(1,1,1,1);(1,1,1,2);...;(9,9,9,9)}; Var = 104 = 10000; reale Regeln unberücksichtigt*

*Bsp.2: 3 Würfel: {(1,1,1);(1,1,2);(1,2,1);(2,1,1);...;(6,6,6)}; Var = 63 = 216; wenn man darüber hinaus z.B. wissen will, wie wahrscheinlich der Wurf der Teilmenge {1;1;2} ist, muss man die 216 Möglichkeiten durch die Anzahl der Möglichkeiten teilen, wie sich die Elemente aus {1;1;2} anordnen lassen (siehe Permutation 2). Hier also 216****/****3.*

Kombination: Wie viele k-elementige Teilmengen lassen sich aus einem n-elementigen Vorrat bilden (Das klassische Lotto-Spiel)?

$$Komb=\left\begin{array}{c}n\\k\end{array}\right=\frac{n!}{k!⋅(n-k)!}$$